

Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 19 vragen. Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Opgave 1 Bibliotheek

Elke stad en vrijwel elk dorp in Nederland heeft een bibliotheek. Hoe meer inwoners er in het zogenaamde werkgebied van de bibliotheek wonen, hoe groter de bibliotheek. De *collectienorm* (het aantal tijdschriften, dag- en weekbladen dat in de bibliotheek aanwezig is) is afhankelijk van het inwonertal. In een uitgave van de overheid over het bibliotheekwezen staat de volgende tekst:

tekst

De collectienorm voor de tijdschriften, dag- en weekbladen van vaste vestigingen is afhankelijk van het aantal inwoners van het werkgebied van de vestiging en bedraagt:

a voor de eerste	5 000 inwoners:	20 per 1000 inwoners, doch minimaal 50;
b voor de volgende	45 000 inwoners:	10 per 1000 inwoners;
c) voor de volgende	50 000 inwoners:	5 per 1000 inwoners;
d) voor de volgende	100 000 inwoners:	2 per 1000 inwoners;

Naast deze richtlijnen zoals hierboven geformuleerd, is er ook een tabel met deze collectienorm afgedrukt. Hieronder zie je het begin van deze tabel.

tabel 1

De collectienorm voor tijdschriften, dag- en weekbladen

Inwonertal van het werkgebied	Collectienorm tijdschriften, dag- en weekbladen
t/m 1 000	50
2 000	50
3 000	60
4 000	80
5 000	100
6 000	110
7 000	120
8 000	130
9 000	140
10 000	150
12 000	170
14 000	190

Tabel 1 geeft alleen informatie over de collectienorm voor werkgebieden tot 14 000 inwoners, terwijl met de richtlijnen in de tekst ook de collectienorm voor grotere aantallen inwoners kan worden berekend.

4p

1 Toon dit aan met behulp van de richtlijnen in de tekst.

5p

2 Bereken bij welk aantal inwoners van het werkgebied de collectienorm gelijk is aan 600 stuks.

Men kan de richtlijnen ook in formulevorm geven. Zie tabel 2. In de formules is x steeds het aantal inwoners.

tabel 2	Inwonertal werkgebied	Collectienorm tijdschriften, dag- en weekbladen
	0 – 2 500	50
	2 500 – 5 000	$0,02 \cdot x$
	5 000 – 50 000	$0,01 \cdot (x - 5\,000) + 100$ (of $0,01 \cdot x + 50$)
	50 000 – 100 000	$0,005 \cdot (x - 50\,000) + 550$ (of $0,005 \cdot x + 300$)
	100 000 – 200 000	...

4p **3** Stel een formule op voor de categorie 100 000 – 200 000.

Voor werkgebieden met meer dan 200 000 inwoners kijken we naar de uitbreiding van tabel 1. Zie tabel 3. Hierin kan de collectienorm voor werkgebieden tot 1 miljoen inwoners worden afgelezen. Voor werkgebieden met meer dan 1 miljoen inwoners bestaan geen richtlijnen.

tabel 3	Inwonertal van het werkgebied	collectienorm
	200 000	1 000
	225 000	1 025
	250 000	1 050
	275 000	1 075
	300 000	1 100
	325 000	1 125
	350 000	1 150
	375 000	1 175
	400 000	1 200
	500 000	1 300
	600 000	1 350
	700 000	1 400
	800 000	1 450
	900 000	1 500
	1 000 000	1 550

We gaan terug naar de richtlijnen over de collectienorm die in de tekst aan het begin van deze opgave stonden. Deze richtlijnen kunnen nog uitgebreid worden.

Na de laatste regel volgen dan nog twee soortgelijke regels:

e) voor de volgende 300 000 inwoners: 1 per inwoners;

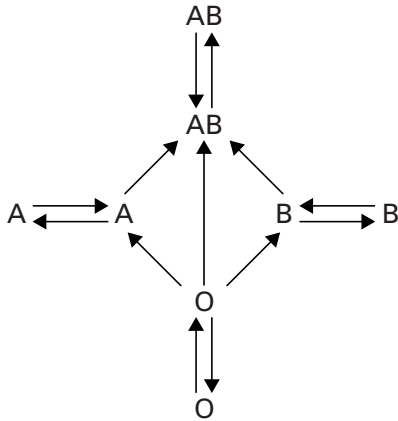
f) voor de volgende inwoners: 1 per inwoners.

4p **4** Welke drie getallen moeten in deze regels worden ingevuld zodat ze in overeenstemming zijn met tabel 3? Licht je antwoord toe.

Opgave 2 Bloedgroepen en resusfactor

Menselijk bloed behoort altijd tot een van de vier bloedgroepen O, A, B of AB. De bloedgroep speelt een belangrijke rol als iemand bloed nodig heeft bij bijvoorbeeld ernstig bloedverlies door een operatie of een ongeluk. Degene die bloed nodig heeft, krijgt tijdens een bloedtransfusie bloed van iemand anders toegediend. Vooraf wordt dan gelet op de bloedgroep van de donor (gever) en van de ontvanger. In figuur 1 zie je tussen welke bloedgroepen een bloedtransfusie mogelijk is.

figuur 1



De richting van de pijlen loopt van donor naar ontvanger. Je kunt zien dat iemand met bloedgroep O bloed kan geven aan iemand met bloedgroep A maar omgekeerd niet.

Het is altijd mogelijk om bloed te krijgen van iemand met dezelfde bloedgroep.

Welke bloedgroep iemand heeft, is door erfelijkheid bepaald. In deze opgave gaan we er van uit dat alle personen geen familie van elkaar zijn en dat hun bloedgroep door het toeval is bepaald.

- 3p **5** Is het bij twee mensen mogelijk dat geen van beiden bloed kan geven aan de ander? Licht je antwoord toe.

Niet elke bloedgroep komt even vaak voor. We gaan van de volgende verdeling uit:

O: 46%

A: 43%

B: 8%

AB: 3%

De kans dat een willekeurig persoon bloedgroep O heeft, is dus 0,46.

- 6p **6** Bereken de kans dat twee willekeurige personen dezelfde bloedgroep hebben. Geef het antwoord in 4 decimalen.

In sommige delen van de wereld is het ontvangen van bloed bij een bloedtransfusie zeer riskant, onder andere vanwege de grote kans op besmetting met het HIV-virus. Als je met een groepsreis naar zo'n riskant deel van de wereld gaat en er gebeurt iets waardoor je een bloedtransfusie nodig hebt, dan zou je vanwege dit risico kunnen besluiten om bloed te ontvangen van een van je reisgenoten.

Uit figuur 1 blijkt dat iemand met bloedgroep O aan iedereen bloed kan geven. Het is dus prettig als er in de groep ten minste één persoon is die bloedgroep O heeft.

Een reisgezelschap bestaat uit 12 personen.

- 5p **7** Bereken de kans dat er in deze groep ten minste één persoon bloedgroep O heeft. Geef het antwoord in 4 decimalen.

Tot nu toe zijn we voorbij gegaan aan het feit dat bij een bloedtransfusie ook rekening gehouden moet worden met de resusfactor. Er is resuspositief bloed en resusnegatief bloed.

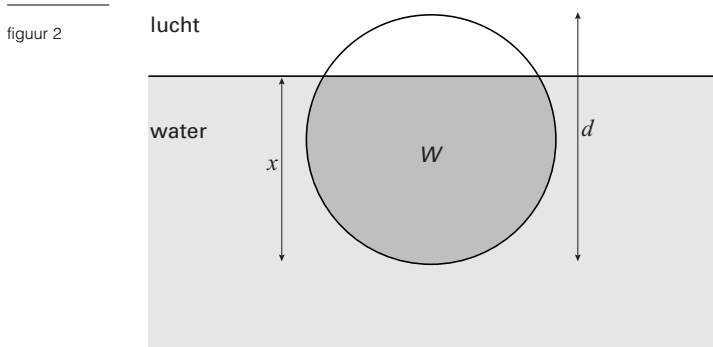
Neem aan dat de resusfactor bij mensen door toeval bepaald wordt en dat voor elk van de vier bloedgroepen geldt dat 85% resuspositief is en 15% resusnegatief. Er bestaan dus acht verschillende *bloedtypen*, namelijk O+ (bloedgroep O en resuspositief), O- (bloedgroep O en resusnegatief), A+ (bloedgroep A en resuspositief), enzovoort.

- 5p **8** Bereken de kans dat twee willekeurige personen precies hetzelfde bloedtype hebben. Rond het antwoord af op 1 decimaal.

Opgave 3 Bal uit het water

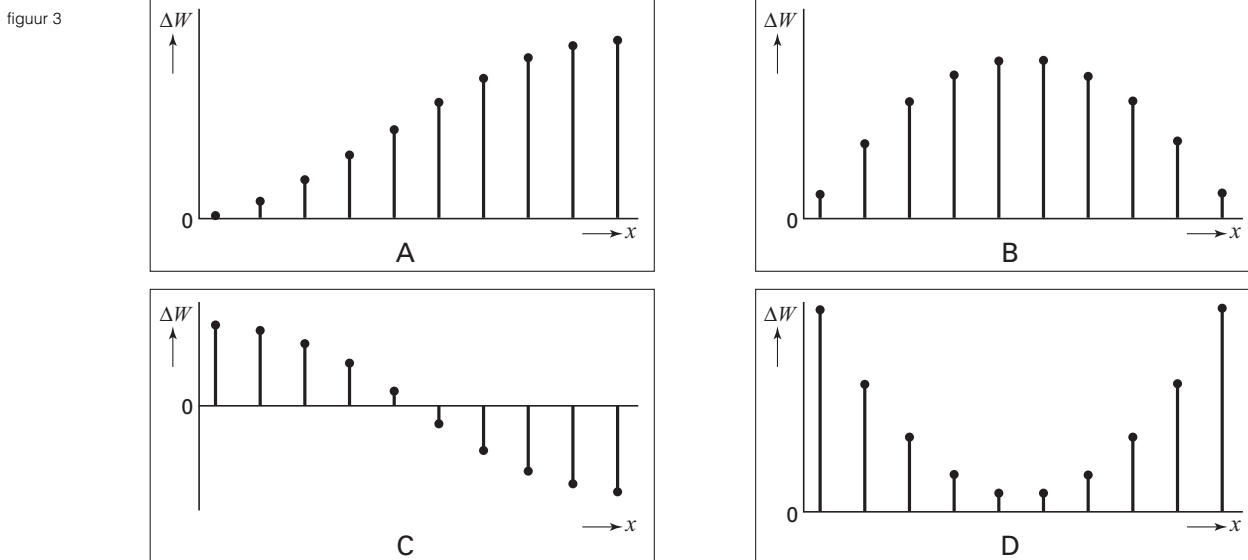
Je hebt vast wel eens in het zwembad met een bal gespeeld. Je hebt dan misschien gemerkt dat het niet meevalt om een bal helemaal onder water te duwen. En heb je de bal onder water dan valt het niet mee hem onder water op zijn plaats te houden. Als je de bal onder water loslaat dan schiet hij omhoog en springt soms een aardig stuk boven het water uit.

In deze opgave nemen we aan dat de bal niet vervormt, dus steeds zuiver rond blijft.



In figuur 2 is de bal gedeeltelijk onder water. De diameter van de bal is d . De afstand van de onderkant van de bal tot het wateroppervlak noemen we x . W is het volume van het deel van de bal dat *onder water* is.

Je hebt de bal boven water en duwt hem langzaam in het water tot hij helemaal onder water is. In figuur 3 zie je vier diagrammen, waarin de *toename* van W is weergegeven. Drie van de vier diagrammen zijn niet goed.



- 4p 9 Welk van deze toenamendiagrammen past bij het onder water duwen van de bal?
Licht je antwoord toe.

Een bal heeft een diameter van 20 cm. Zo'n bal heeft een volume van 4,2 liter. W is het volume van het deel van de bal *onder water*. W hangt af van x , de afstand van de onderkant van de bal tot het wateroppervlak. Voor W geldt de formule:

$$W = 0,00105 x^2(30 - x), \text{ met } x \text{ in cm en } W \text{ in liter}$$

- 6p **10** Onderzoek hoeveel centimeter de bal boven het wateroppervlak uitsteekt als $\frac{3}{4}$ deel van het volume zich onder water bevindt.

We houden een bal net onder het wateroppervlak en laten hem los. De bal springt omhoog. De volgende formule geeft de grootste hoogte H die de bal bereikt:

$$H = -d + \frac{0,262d^4}{m}$$

In deze formule is H in cm, het gewicht m van de bal in gram en de diameter d van de bal in cm.

Een bal van 180 gram heeft een diameter van 20 cm.

- 3p **11** Bereken de hoogte H die deze bal bereikt.

Twee ballen hebben beide een diameter van 20 cm, maar ze zijn niet even zwaar.

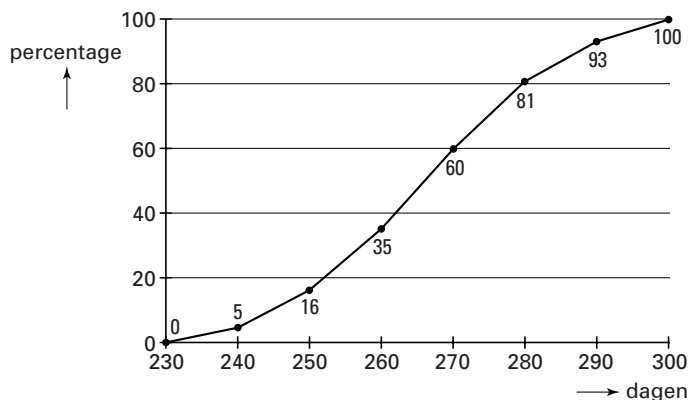
- 3p **12** Hoe kun je aan de formule zien dat de lichtste bal een grotere hoogte bereikt?

Opgave 4 De millenniumbaby

Bij mensen duurt een zwangerschap meestal ongeveer 9 maanden.

In figuur 4 zie je een grafiek waarin nauwkeuriger gegevens staan over de duur van zwangerschappen.

figuur 4



In figuur 4 is af te lezen dat 60% van de zwangerschappen minder dan 270 dagen duurt en dat 81% minder dan 280 dagen duurt. Dat betekent dus dat 21% van de zwangerschappen minstens 270 dagen, maar minder dan 280 dagen duurt, ofwel in de klasse van 270 tot 280 valt. Alle klassen hebben een breedte van 10 dagen.

- 5p **13** Maak een frequentietabel van de duur van de zwangerschappen en toon daarmee aan dat de gemiddelde duur van een zwangerschap ongeveer 266 dagen is.

Dit gemiddelde van 266 dagen was de aanleiding voor een bijzonder nieuwsbericht op 10 april 1999. Volgens Het Journaal was 10 april 1999 de meest geschikte dag om zwanger te worden als je wilde dat de baby op 1 januari 2000 geboren zou worden. Van 10 april 1999 tot 1 januari 2000 is namelijk 266 dagen.

In de rest van deze opgave beperken we ons tot vrouwen die zwanger kunnen worden en tot mannen die vruchtbaar zijn. Ook gaan we er van uit dat elke zwangerschap leidt tot de geboorte van een baby.

Het is niet zo eenvoudig om zwanger te worden op een zelfgekozen dag. Allereerst moet de vrouw vruchtbaar zijn, en dat is zij gemiddeld maar op 4 van de 28 dagen. En als de vrouw vruchtbaar is, leidt dat bij slechts 1 op de 3 geslachtsgemeenschappen tot een zwangerschap.

- 4p **14** Bereken de kans dat een geslachtsgemeenschap op een willekeurige dag leidt tot een zwangerschap.

Zwanger worden op deze 10^e april betekent natuurlijk niet dat de baby dan ook altijd op 1 januari geboren wordt. Zwangerschappen duren gemiddeld 266 dagen, maar slechts een klein percentage duurt precies 266 dagen.

Neem aan dat de duur van een zwangerschap normaal verdeeld is met een gemiddelde van 266 dagen en een standaardafwijking van 16 dagen.

- 5p **15** Een vrouw werd zwanger op 10 april 1999 om 0.00 uur. Bereken de kans dat haar baby op 1 januari 2000 geboren zou worden.

Voor de meeste mensen was het jaar 2000 al bijzonder genoeg, hun kind hoefde echt niet precies op 1 januari geboren te worden. Een vrouw had op 2 april 1999 om 0.00 uur geslachtsgemeenschap en was op dat moment vruchtbaar.

- 6p 16 Bereken de kans dat deze vrouw hierdoor in het jaar 2000 van een baby zou bevallen.

Opgave 5 Kaas van de markt

Marcel staat met zijn kaaskraam zes dagen in de week op verschillende markten in Nederland.

Natuurlijk verkoopt hij niet elke dag dezelfde hoeveelheid kaas. We gaan er van uit dat de hoeveelheid kaas die hij per dag kan verkopen bij benadering normaal verdeeld is met een gemiddelde van 300 kilo en een standaardafwijking van 30 kilo.

Het is slecht voor zijn zaken als de kaas op een gegeven moment op is, terwijl er nog wel klanten zijn. Hij wil dat voorkomen door elke dag ruim voldoende kaas mee te nemen. Maar onbeperkt kaas meenemen kan natuurlijk niet.

- 6p 17 Bereken hoeveel kilo kaas Marcel mee moet nemen om er voor te zorgen dat hij op 95% van alle dagen voldoende bij zich heeft.

Thuis bewaart hij zijn kaas in een grote koelcel. Eens per week wordt zijn voorraad aangevuld door een koelwagen van de groothandel. Die brengt dan 1800 kilo kaas mee.

De groothandel rekent 160 euro bestelkosten per keer, ongeacht de bestelde hoeveelheid.

Het opslaan van de kaas kost hem 0,10 euro per kilo per week. Het is dus belangrijk om niet te veel voorraad te hebben, want dat is erg duur.

Die 1800 kilo ligt gemiddeld een halve week in de koelcel en kost dus al 90 euro per week aan opslag.

Marcel overweegt om de koelwagen voortaan niet elke week maar eens per twee weken te laten komen. Die moet dan natuurlijk wel 3600 kilo kaas meebrengen.

- 6p 18 Onderzoek of het voor Marcel goedkoper is om de koelwagen van de groothandel één keer per twee weken te laten komen.

Het maakt voor Marcel, die 50 weken per jaar werkt, wel enig verschil of hij zijn kaas 25 keer per jaar laat bezorgen of 50 keer per jaar. Maar misschien is een ander aantal bestellingen per jaar nog wel voordeliger voor hem. Marcel wil dan ook weten hoeveel bestellingen per jaar hij het beste kan doen om zijn voorraadkosten zo laag mogelijk te houden.

De voorraadkosten die Marcel heeft, bestaan uit twee delen: de bestelkosten en de kosten van opslag. De jaarlijkse voorraadkosten van Marcel worden gegeven door:

$$\text{voorraadkosten} = 160 \cdot q + 225\,000 \cdot q^{-1}$$

waarbij q het aantal bestellingen per jaar is.

Marcel wil zijn voorraadkosten zo laag mogelijk houden.

- 6p 19 Stel de afgeleide functie op en bereken daarmee hoeveel keer Marcel de koelwagen per jaar moet laten komen.

Einde