

Voor dit examen zijn maximaal 84 punten te behalen; het examen bestaat uit 21 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van vraag 15 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Sparrenbomen

Een boomkweker koopt een grote partij jonge sparrenboompjes. Uit onderzoek is bekend dat de lengte van jonge sparrenboompjes bij benadering normaal verdeeld is met een gemiddelde van 25 cm en dat 5% van de boompjes korter is dan 20 cm. De partij jonge sparrenboompjes is te beschouwen als een aselechte steekproef.

2p **1** Hoeveel procent van de boompjes is naar verwachting langer dan 30 cm? Licht je antwoord toe.

4p **2** Bereken de standaardafwijking van de lengteverdeling van jonge sparrenboompjes. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

De kweker neemt steeds aselekt 40 boompjes en plant deze in één rij.

4p **3** Bereken de kans dat in zo'n rij precies één boompje korter is dan 20 cm. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Na een aantal jaren wordt een groot aantal van deze sparrenboompjes voor de kerstverkoop geroid. Je kunt er nu van uitgaan dat de lengte van deze partij bomen bij benadering normaal verdeeld is met een gemiddelde van 145 cm en een standaardafwijking van 15 cm.

3p **4** Bereken de kans dat een aselekt gekozen boom uit deze partij een lengte heeft die ligt tussen 140 cm en 170 cm. Rond je antwoord af op twee decimalen.

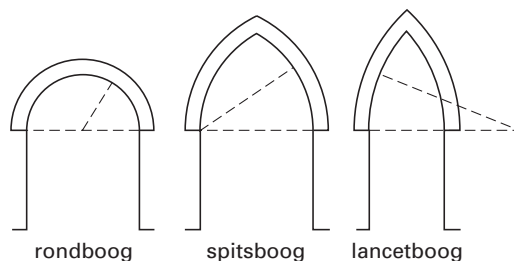
De bomen worden ingedeeld in twee prijsklassen, namelijk: kleine bomen van € 10,- per stuk en grote bomen van € 15,- per stuk. De kweker wil dat de te verwachten opbrengst per 100 bomen € 1300,- is.

7p **5** Bereken bij welke lengte de grens tussen de beide prijsklassen dan moet liggen. Rond je antwoord af op hele centimeters.

Spitsboog

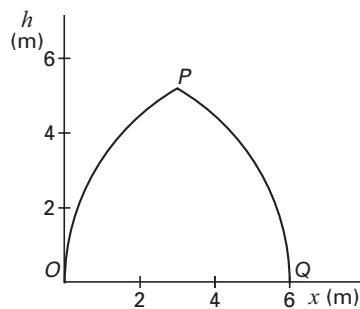
Al heel lang worden in bouwwerken boogconstructies gebruikt om grote ruimten te overspannen. In figuur 1 zie je enkele soorten bogen, waaronder de spitsboog. Een spitsboog is opgebouwd uit twee cirkelbogen. Hierbij ligt het middelpunt van de ene cirkelboog op een uiteinde van de andere cirkelboog.

figuur 1



In figuur 2 is de vorm van een spitsboog OPQ in een assenstelsel getekend. O is het middelpunt van cirkelboog PQ en Q is het middelpunt van cirkelboog OP .

figuur 2



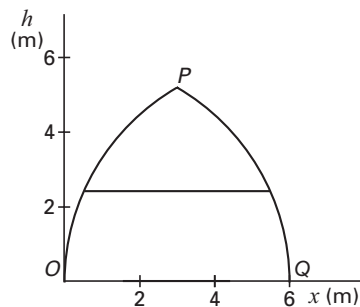
Voor de cirkelboog PQ in figuur 2 geldt de volgende formule (met x en h in meter):

$$h = \sqrt{36 - x^2} \quad \text{met } 3 \leq x \leq 6$$

3p **6** Bereken de hoogte h van het punt P . Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Ter versterking wordt tussen de twee delen van de spitsboog een stang bevestigd, evenwijdig met de lijn OQ . Zie figuur 3.

figuur 3



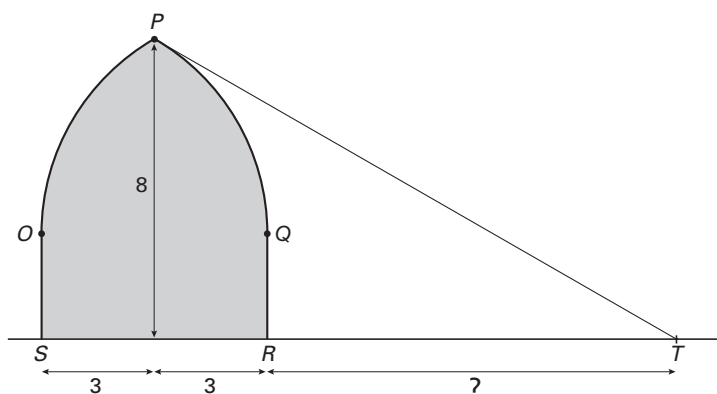
- 4p **7** Men wil een stang van 5 meter gebruiken. Bereken op welke hoogte deze stang precies past. Rond je antwoord af op een geheel aantal centimeters.

Men wil een andere stang op 4 meter hoogte plaatsen.

- 5p **8** Bereken hoe lang deze stang moet zijn. Rond je antwoord af op een geheel aantal centimeters.

Een toegangspoort tot een kasteel heeft aan de bovenkant de vorm van een spitsboog en heeft in een vooraanzicht de vorm zoals in figuur 4 is afgebeeld. Het gedeelte OPQ in dit vooraanzicht heeft dezelfde afmetingen als in figuur 2. De top P van de spitsboog bevindt zich 8 meter boven de grond.

figuur 4



In het punt P bevindt zich een bewakingscamera. Deze camera neemt niets waar van het gebied onder de raaklijn PT . Het gedeelte RT op de grond in het vooraanzicht valt dus buiten het bereik van deze camera.

Met behulp van de gegeven formule voor de cirkelboog kun je de helling van PT berekenen. Deze helling is op twee decimalen afgerond $-0,58$.

- 3p **9** Bereken de helling van PT in drie decimalen nauwkeurig.
- 5p **10** Bereken de lengte van RT . Geef je antwoord in meters. Rond af op één decimaal.

Medicijnen

Een huisarts schrijft een patiënt een geneesmiddel voor. De patiënt moet dat geneesmiddel enkele weken achtereenvolgend gebruiken. Hij neemt één keer per week op maandagochtend één tablet van 500 mg van het medicijn in. De hoeveelheid medicijn in zijn lichaam neemt exponentieel af. Na precies één week is nog 30% van de oorspronkelijke hoeveelheid medicijn aanwezig in zijn lichaam.

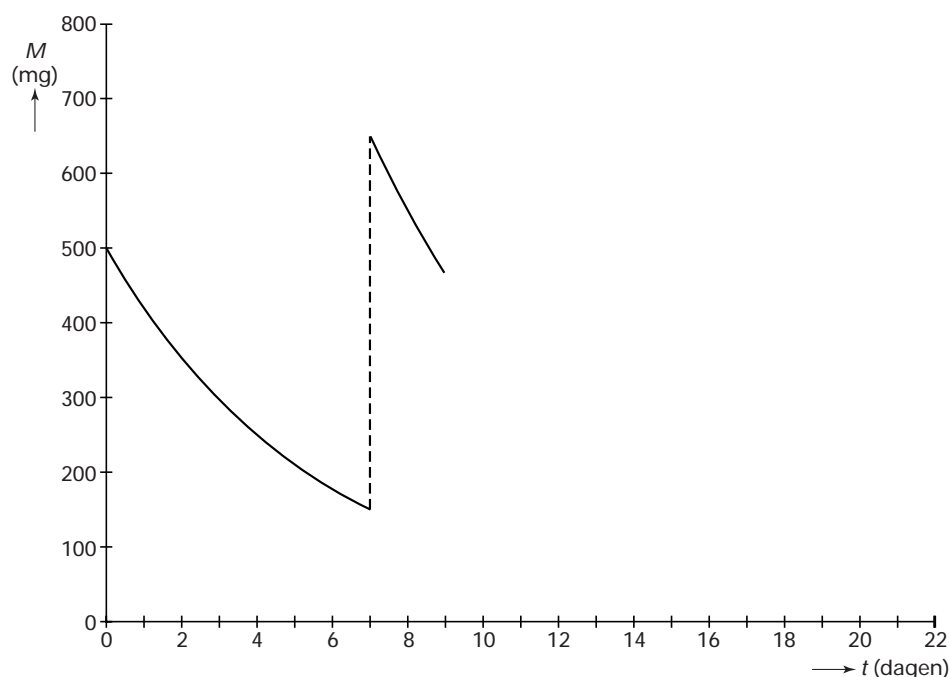
Uit de gegevens is te berekenen dat de groeifactor per 24 uur ongeveer 0,842 is.

- 3p **11** Schrijf deze berekening op.
- 4p **12** Bereken in hoeveel tijd 40% van het toegediende medicijn in zijn lichaam wordt afgebroken. Rond je antwoord af op een geheel aantal uren.

De patiënt neemt elke week een nieuwe tablet van 500 mg in. We nemen aan dat hij dat steeds na precies een week doet. De hoeveelheid medicijn in zijn lichaam neemt na inname weer exponentieel af met groeifactor 0,842 per 24 uur.

$M(t)$ is de hoeveelheid medicijn in mg in zijn lichaam, t dagen nadat de eerste tablet is ingenomen. In figuur 5 is de grafiek van M als functie van t getekend van $t = 0$ tot $t = 9$.

figuur 5



Het differentiequotiënt $\frac{\Delta M}{\Delta t}$ op het tijdsinterval $[0; 0,01]$ is een benadering van de snelheid waarmee direct na inname van de eerste tablet het medicijn in zijn lichaam wordt afgebroken.

- 4p **13** Benader met behulp van dit differentiequotiënt de snelheid waarmee direct na inname van de eerste tablet het medicijn in zijn lichaam wordt afgebroken. Geef het antwoord in milligrammen per uur. Rond af op één decimaal.
- 4p **14** Bereken de hoeveelheid medicijn in het lichaam op tijdstip $t = 10$. Rond je antwoord af op een geheel aantal milligrammen.

De grafiek van figuur 5 staat ook op de bijlage.

- 6p **15** Schets in de figuur op de bijlage de grafiek van M van $t = 9$ tot net na de inname van de tablet op dag 21. Bereken hiervoor de maximale en minimale waarden van de hoeveelheid medicijn in het lichaam, die wekelijks worden bereikt.

Derdegraadsfunctie

In figuur 6 is de grafiek getekend van de functie $f(x) = 300x - x^3$.

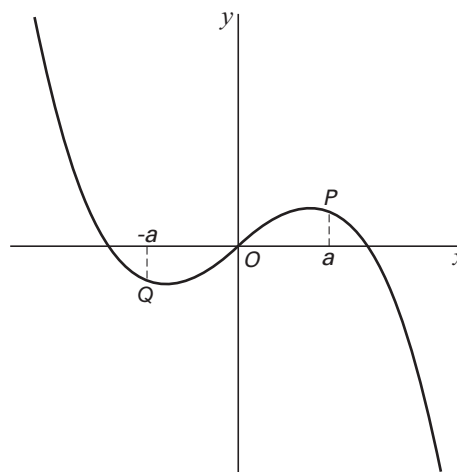
- 5p **16** □ De grafiek van f heeft twee toppen. Stel een functievoorschrift van f' op en bereken daarmee de coördinaten van beide toppen.

Op de grafiek van f ligt punt P met x -coördinaat a . Hierbij is a een willekeurig positief getal.

Q is het punt op de grafiek van f met x -coördinaat $-a$.

- 4p **17** □ Onderzoek met behulp van de afgeleide f' of de raaklijnen aan de grafiek van f in de punten P en Q evenwijdig zijn.

figuur 6



Kroonkurken

Bij de introductie van een nieuw biermerk organiseert een fabrikant een reclameactie. Op de binnenkant van *elke* kroonkurk laat hij een letter van het alfabet afdrukken. Alle 26 letters van het alfabet worden in *gelijke* hoeveelheden afgedrukt. De bierflesjes worden willekeurig over de bierkratten verdeeld.

Wie een kroonkurk met de letter P inlevert, krijgt een gratis flesje bier van dit merk.

Een klant drinkt elke dag één flesje bier van het nieuwe merk.

- 3p **18** □ Bereken hoeveel flesjes bier hij moet drinken om tien gratis flesjes te kunnen verwachten.
- 3p **19** □ Bereken de kans dat hij op de derde dag voor het eerst een kroonkurk met de letter P heeft. Rond je antwoord af op drie decimalen.
- 4p **20** □ Bereken de kans dat hij bij de eerste 10 flesjes minstens één letter P heeft. Rond je antwoord af op drie decimalen.
- 4p **21** □ Bereken de kans dat hij met de letters van de eerste vier kroonkurken het woord 'PILS' kan vormen. Geef je antwoord in procenten. Rond af op vier decimalen.

Einde