

Examen VWO

2007

tijdvak 1
vrijdag 1 juni
totale examentijd 3,5 uur

wiskunde A1,2 Complex

Vragen 13 tot en met 19

**In dit deel van het examen staan de vragen
waarbij de computer wel wordt gebruikt.**

Het gehele examen bestaat uit 19 vragen.

Voor dit deel van het examen zijn maximaal 31 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Je geeft de antwoorden op deze vragen op papier, tenzij anders is aangegeven.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Presidentsverkiezingen

Elke vier jaar worden er in de Verenigde Staten van Amerika presidentsverkiezingen gehouden. In deze opgave zullen we bekijken hoe een kandidaat tot president gekozen kan worden.

De Verenigde Staten zijn verdeeld in 50 staten, plus het District of Columbia (de hoofdstad Washington), dat hier als 51e staat wordt meegeteld. We nemen in deze opgave aan dat er maar twee presidentskandidaten zijn. Bij de verkiezingen kunnen de inwoners alleen uit deze twee presidentskandidaten kiezen. Per staat wordt gekeken welke kandidaat de meeste stemmen gekregen heeft.

Elke staat heeft een aantal kiesmannen, afhankelijk van het aantal inwoners. De presidentskandidaat die in een staat de meeste stemmen gekregen heeft, krijgt **alle** kiesmannen van die staat. De kandidaat die in totaal de meeste kiesmannen heeft, wordt president.

 *Open PRESIDENTSVERKIEZINGEN.XLS Vraag 13,14,15.*

(Mocht je per ongeluk de gegevens in dit werkblad hebben gewijzigd, dan kun je altijd de oorspronkelijke gegevens terugkrijgen door het bestand af te sluiten en opnieuw op te starten.)

Hier zie je van elke staat het aantal inwoners op 1 april 2000 en het aantal kiesmannen. In totaal zijn er 538 kiesmannen. Dus een kandidaat moet ten minste 270 kiesmannen hebben om president te worden.

Bij dit systeem kan het gebeuren dat een kandidaat met minder dan de helft van de stemmen toch president wordt. We gaan onderzoeken wat het kleinst mogelijke percentage van alle stemmen is waarmee een kandidaat president kan worden. We nemen aan dat het opkomstpercentage in alle staten even groot is, en dat het aantal kiesgerechtigden evenredig is met het aantal inwoners. Bij dit onderzoek zul je gebruik moeten maken van het feit dat het aantal inwoners per kiesman niet voor elke staat gelijk is.

- 3p **13** Bereken het aantal inwoners per kiesman voor Wyoming en voor Texas. Gebruik hiervoor de gegevens in het werkblad PRESIDENTSVERKIEZINGEN.XLS Vraag 13,14,15.

We gaan nu de staten bij elkaar zoeken die ten minste 270 kiesmannen vertegenwoordigen waarbij we het aantal inwoners per kiesman zo klein mogelijk willen maken.

- 6p **14** Bereken het totaal aantal inwoners van deze staten met behulp van het werkblad PRESIDENTSVERKIEZINGEN.XLS Vraag 13,14,15. Licht je werkwijze toe.

Op basis van het antwoord dat je hebt gevonden bij vraag 14, kun je nu het kleinste percentage stemmen berekenen waarmee een kandidaat president kan worden. Wanneer je bij vraag 14 geen antwoord hebt gevonden mag je uitgaan van 130 miljoen inwoners in de staten die ten minste 270 kiesmannen opleveren.

- 3p **15** Bereken het kleinste percentage stemmen waarmee een kandidaat president kan worden.

 *Open het werkblad PRESIDENTSVERKIEZINGEN.XLS Vraag 16.*

Dit werkblad bevat dezelfde gegevens als het werkblad *Vraag 13,14,15*. Je kunt zien dat staten met veel inwoners ook meer kiesmannen hebben. De verdeling van de 538 kiesmannen over de staten is berekend met behulp van zogenaamde prioriteiten. Daarbij heeft elke staat een 1e prioriteit, 2e prioriteit, 3e prioriteit, enzovoort. De n -de prioriteit van een staat is het aantal inwoners van die staat gedeeld door $\sqrt{n(n+1)}$. In formulevorm:

$$n\text{-de prioriteit van een staat} = \frac{\text{aantal inwoners van een staat}}{\sqrt{n(n+1)}}$$

Bij de verdeling van de kiesmannen wordt telkens gekeken welke staat de hoogste prioriteit heeft. Zodra een staat op basis van haar 1e prioriteit een kiesman toebedeeld heeft gekregen, doet bij de verdeling van de resterende kiesmannen de 1e prioriteit van die staat niet meer mee. In plaats daarvan wordt gekeken naar de 2e prioriteit van die staat. Als een staat op basis van de 2e prioriteit weer een kiesman toebedeeld heeft gekregen, wordt daarna gekeken naar de 3e prioriteit van die staat, enzovoort. Op basis van de prioriteiten kan worden berekend dat

- | | |
|--|-----------------------------|
| – de eerste kiesman naar Californië gaat: | 1e prioriteit is 23 992 697 |
| – de tweede kiesman naar Texas gaat: | 1e prioriteit is 14 781 356 |
| – de derde kiesman naar Californië gaat: | 2e prioriteit is 13 852 190 |
| – de vierde kiesman naar New York gaat: | 1e prioriteit is 13 438 545 |
| – de vijfde kiesman naar Florida gaat: | 1e prioriteit is 11 334 137 |
| – de zesde kiesman naar Californië gaat: | 3e prioriteit is 9 794 978 |
| – de zevende kiesman naar Illinois gaat: | 1e prioriteit is 8 795 731 |
| – de achtste kiesman naar Pennsylvania gaat: | 1e prioriteit is 8 697 887 |
| – de negende kiesman naar Texas gaat: | 2e prioriteit is 8 534 020 |
| – de tiende kiesman naar Ohio gaat: | 1e prioriteit is 8 043 014 |

Een dergelijke berekening kun je met behulp van Excel uitvoeren door in kolom D alle 1e prioriteiten uit te rekenen, in kolom E alle 2e prioriteiten en zo verder.

- 5p **16** Bereken welke staten de elfde, de twaalfde en de dertiende kiesman krijgen toebedeeld. Licht je werkwijze nauwkeurig toe.

 *Sluit Excel af zonder wijzigingen op te slaan.*

Prognose

Bedrijven berekenen na afloop van elk kalenderjaar de jaaromzet. Hun jaaromzet verschilt doorgaans van jaar tot jaar. De verschillen worden voor een deel veroorzaakt door toevallige schommelingen en voor een deel door geleidelijke veranderingen. Veel bedrijven willen op grond van de omzet in eerdere jaren een voorspelling doen van de omzet in het komende jaar.

Daarbij neemt men als voorspelling niet de omzet van het laatste jaar, maar het gemiddelde van bijvoorbeeld de laatste vier of vijf jaar. De bedoeling daarvan is dat de toevallige schommelingen min of meer tegen elkaar wegvallen en dus niet te veel invloed hebben op de voorspelling.

Het aantal jaren waarover men het gemiddelde neemt, mag ook weer niet te groot zijn, want als er geleidelijke veranderingen optreden, zeggen omzetgegevens van de laatste paar jaar meer over de omzet van het volgende jaar dan gegevens van lang geleden.

De reeks jaren waarover het gemiddelde wordt genomen, schuift telkens een jaar op. Men spreekt daarom van een voortschrijdend gemiddelde.

 *Open PROGNOSEDEMO.*

Dit is een demonstratie die is opgebouwd uit 28 schermen. Door op de rode pijltjes te klikken kun je naar het volgende of naar het vorige scherm. Wanneer je de demonstratie bekijkt kun je zien hoe bij een bedrijf telkens het gemiddelde van de laatste 4 jaar wordt gebruikt om de jaaromzet van het jaar daarna te voorspellen. De getallen die je ziet zijn in euro's.

 *Sluit de demonstratie af door op de blauwe pijl te klikken.*

Men gaat er vaak van uit dat de jaaromzet een lineaire trend vertoont met toevallige schommelingen ten opzichte van de trendlijn. We willen onderzoeken of het voortschrijdend gemiddelde ook in deze situatie gebruikt kan worden om de jaaromzet van het komende jaar te voorspellen. Daartoe gebruiken we eerst een model dat de jaaromzet lineair laat toenemen zonder toevallige schommelingen.

 *Open PROGNOSE.XLS Vraag 17.*

Voor de jaaromzet $J(t)$ in jaar t geldt $J(t) = a \cdot t + b$. Zie kolom B. De waarden van a en b staan in de cellen G2 en G3. Je kunt deze zelf wijzigen.

In kolom C staat de voorspelling $V(t)$. Dit is de gemiddelde jaaromzet van de afgelopen 4 jaar.

De waarden uit kolom B en C staan ook in de grafiek. Je ziet dat de voorspellingen er steeds wat onder zitten. Wat ook opvalt, is dat het verschil elk jaar gelijk is. We gaan na of en hoe dat verschil afhangt van de gekozen waarden van a en b .

- 4p 17 Onderzoek met behulp van het werkblad PROGNOSE.XLS Vraag 17 of de waarden van a en b invloed hebben op het verschil tussen $J(t)$ en $V(t)$. Voor welke waarde(n) van a en b geldt dat de voorspellingen $V(t)$ steeds 100 lager zijn dan de werkelijke omzet $J(t)$?

 Open het werkblad PROGNOSE.XLS Vraag 18.

Dit werkblad komt grotendeels overeen met PROGNOSE.XLS Vraag 17, alleen is de voorspelling $V(t)$ nu de gemiddelde jaaromzet van de afgelopen 5 jaar in plaats van de afgelopen 4 jaar. Wanneer je in dit bestand een aantal verschillende waarden van a en b uitprobeert, zul je zien dat steeds geldt dat $J(t) - V(t) = 3a$. Dit valt te verklaren met de formule $J(t) = a \cdot t + b$.

- 4p 18 Laat zien waarom voor iedere waarde van a geldt dat $J(t) - V(t) = 3a$.

Nu bekijken we een situatie waarin de jaaromzet een lineaire trend vertoont mét toevallige schommelingen.

 Open het werkblad PROGNOSE.XLS Vraag 19.

In kolom B staan de gesimuleerde jaaromzetten. Je ziet dat de jaaromzetten schommelen rondom een lineaire trend. Telkens als je op F9 drukt, of in een cel iets verandert, komt er een nieuwe simulatie. De trendlijn en de mate van schommeling veranderen in dat geval.

In kolom C staan weer de gemiddelden over de afgelopen 5 jaar. Wanneer je een aantal keer op F9 drukt, zul je merken dat, net als bij de vorige vraag, het voortschrijdend gemiddelde steeds een te lage voorspelling oplevert.

We willen nu in kolom D formules zetten die de beste voorspellingen opleveren. De werkwijze waarmee we dit kunnen bereiken begint met een schatting van a , de helling van de trendlijn. Vervolgens kun je gebruik maken van wat je bij de vorige vragen te weten bent gekomen. Om je te helpen wordt, zodra er een waarde in kolom D staat, de bijbehorende grafiek getekend (groene driehoekjes).

Bedenk wel dat men in de praktijk nog niet beschikt over toekomstige omzetcijfers. In je formule voor een bepaald jaar mag je dan ook alleen gebruik maken van de omzetcijfers (en eventueel de voorspellingen) van de daaraan voorafgaande jaren.

- 6p 19 Beschrijf nauwkeurig welke formules je, wanneer je bovenstaande werkwijze volgt, in kolom D moet zetten om de beste voorspellingen te krijgen.

 Sluit Excel af zonder wijzigingen op te slaan.

Dit was de laatste vraag van het deel waarbij de computer wordt gebruikt.