

Examen VWO

2007

tijdvak 1
vrijdag 1 juni
totale examentijd 3,5 uur

wiskunde A1 Compex

Vragen 14 tot en met 19

**In dit deel van het examen staan de vragen
waarbij de computer wel wordt gebruikt.**

Het gehele examen bestaat uit 19 vragen.

Voor dit deel van het examen zijn maximaal 26 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Je geeft de antwoorden op deze vragen op papier, tenzij anders is aangegeven.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Gemeenteraadsverkiezingen

Op 2 maart 1994 vonden er in Nederland gemeenteraadsverkiezingen plaats. In de gemeente Enschede werden 67 787 stemmen uitgebracht.

 *Open GEMEENTERAADSVERKIEZINGEN.XLS Vraag 14,15.*

Hier zie je een tabel met de verkiezingsuitslag. In de tweede kolom is af te lezen hoeveel stemmen elke partij heeft behaald. In de laatste kolom staat aangegeven hoe, op basis van de verkiezingsuitslag, de zetelverdeling in de gemeenteraad van Enschede uiteindelijk is geworden.

Het proces om stemmen om te rekenen naar aantallen zetels is ingewikkeld. We gaan daar verderop in deze opgave nader op in. Eerst kijken we alleen naar het resultaat van de zetelverdeling.

Uit de tabel volgt dat PvdA, VVD en D66 samen een meerderheid kregen van de zetels in de gemeenteraad. Toch hadden deze drie partijen samen geen meerderheid van de stemmen.

- 4p **14** Laat met behulp van de gegevens in de tabel zien dat PvdA, VVD en D66 samen inderdaad een meerderheid aan zetels maar niet een meerderheid aan stemmen hebben behaald.

Om te bepalen op hoeveel zetels partijen recht hebben, wordt eerst de kiesdeler bepaald. De kiesdeler wordt berekend door het totaal aantal uitgebrachte stemmen te delen door het aantal beschikbare zetels in de gemeenteraad. Voor de verkiezingsuitslag van Enschede in 1994 is de kiesdeler gelijk aan

$$\frac{67\,787}{39} \approx 1738,128.$$

Aan de hand van de kiesdeler wordt eerst voor elke partij het aantal volle zetels bepaald. Hiervoor deelt men het aantal op die partij uitgebrachte stemmen door de kiesdeler. Voor bijvoorbeeld de PvdA is de uitkomst hiervan ongeveer 8,82. Daarom heeft de PvdA 8 volle zetels. In de derde kolom van de tabel staat het aantal volle zetels van elke partij.

De beschikbare zetels in de gemeenteraad die nog niet zijn verdeeld met de volle zetels, heten de restzetels. Voor de verdeling van de restzetels moet volgens de kieswet het systeem van de grootste gemiddelden worden gehanteerd. In de kieswet staat dit systeem als volgt beschreven:

fragment uit de kieswet

Bij de verdeling van de restzetels volgens het systeem van de grootste gemiddelden wordt voor elke partij in gedachten één zetel opgeteld bij het behaalde aantal volle zetels. Vervolgens wordt het aantal op de partij uitgebrachte stemmen gedeeld door dit denkbeeldige aantal zetels. Op deze wijze wordt voor elke partij het gemiddelde aantal stemmen per zetel bepaald. De partij met het grootste gemiddelde krijgt een restzetel toebedeeld. Aldus ontstaat een nieuwe tussenstand bij de zetelverdeling. Zolang er nog restzetels te verdelen zijn, wordt de hierboven beschreven procedure herhaald. Uitgaande van de nieuwe tussenstand wordt dan wederom in gedachten bij elke partij één zetel opgeteld bij het (in de tussenstand) behaalde aantal zetels. Wederom wordt de volgende restzetel toebedeeld aan de partij met het grootste gemiddelde aantal stemmen per zetel. De systematiek voor de restzetelverdeling kan er toe leiden dat een partij meer dan één restzetel behaalt.

Aan de hand van de gegevens in het werkblad GEMEENTERAADSVERKIEZINGEN.XLS Vraag 14,15 kun je bepalen welke partij de eerste restzetel krijgt toebedeeld, welke partij de tweede restzetel, enzovoort.

- 6p **15** Bepaal welke partij de eerste restzetel en welke partij de tweede restzetel krijgt toebedeeld. Licht je antwoord met berekeningen toe.

In totaal moesten er in Enschede 6 restzetels verdeeld worden. De zesde en laatste restzetel werd toebedeeld aan de PvdA. Veronderstel nu eens dat een aantal mensen niet op de PvdA maar op de VVD gestemd zou hebben. Dan kan dat gevolgen hebben voor de partij waar de zesde restzetel heen gaat. Om dat te onderzoeken gaan we het aantal PvdA-stemmers en VVD-stemmers variëren en wel zodanig dat het totale aantal stemmers op de PvdA en VVD samen gelijk blijft aan 24 409.

 *Open het werkblad GEMEENTERAADSVERKIEZINGEN.XLS Vraag 16.*

Met de schuifbalk die je in dit werkblad ziet, kun je het aantal PvdA-stemmers en het aantal VVD-stemmers zelf regelen. Wanneer het aantal VVD-stemmers voldoende toeneemt, zal de zesde restzetel naar de VVD in plaats van de PvdA gaan.

- 4p **16** Onderzoek met de schuifbalk wat het kleinste aantal VVD-stemmers is waarbij de VVD in totaal 6 zetels krijgt doordat de zesde restzetel naar de VVD gaat. Laat met een berekening zien dat je antwoord inderdaad het kleinst mogelijke aantal VVD-stemmers is waarbij de zesde restzetel naar de VVD gaat.

 *Sluit Excel af zonder wijzigingen op te slaan.*

Prognose

Bedrijven berekenen na afloop van elk kalenderjaar de jaaromzet. Hun jaaromzet verschilt doorgaans van jaar tot jaar. De verschillen worden voor een deel veroorzaakt door toevallige schommelingen en voor een deel door geleidelijke veranderingen. Veel bedrijven willen op grond van de omzet in eerdere jaren een voorspelling doen van de omzet in het komende jaar.

Daarbij neemt men als voorspelling niet de omzet van het laatste jaar, maar het gemiddelde van bijvoorbeeld de laatste vier of vijf jaar. De bedoeling daarvan is dat de toevallige schommelingen min of meer tegen elkaar wegvallen en dus niet te veel invloed hebben op de voorspelling.

Het aantal jaren waarover men het gemiddelde neemt, mag ook weer niet te groot zijn, want als er geleidelijke veranderingen optreden, zeggen omzetgegevens van de laatste paar jaar meer over de omzet van het volgende jaar dan gegevens van lang geleden.

De reeks jaren waarover het gemiddelde wordt genomen, schuift telkens een jaar op. Men spreekt daarom van een voortschrijdend gemiddelde.

 *Open PROGNOSEDEMO.*

Dit is een demonstratie die is opgebouwd uit 28 schermen. Door op de rode pijltjes te klikken kun je naar het volgende of naar het vorige scherm. Wanneer je de demonstratie bekijkt kun je zien hoe bij een bedrijf telkens het gemiddelde van de laatste 4 jaar wordt gebruikt om de jaaromzet van het jaar daarna te voorspellen. De getallen die je ziet zijn in euro's.

 *Sluit de demonstratie af door op de blauwe pijl te klikken.*

De jaaromzet van komend jaar kan dus voorspeld worden met behulp van het voorschrijdend gemiddelde. We willen deze manier van voorspellen nader onderzoeken. Daartoe gaan we in Excel de jaaromzet van een bedrijf over een aantal jaren simuleren. Ook zullen we telkens het voorschrijdend gemiddelde berekenen.

Om te beginnen, voeren we een simulatie uit waarbij er geen systematische veranderingen zijn. Er zijn dus uitsluitend toevallige schommelingen rond een constante waarde.

 *Open PROGNOSE.XLS Vraag 17.*

De gesimuleerde jaaromzet in kolom B is normaal verdeeld met gemiddelde b en standaardafwijking s . De waarden van b en s kun je zelf instellen met de schuifbalken. Telkens als je b of s verandert wordt er een nieuwe simulatie uitgevoerd. Er komen dan in kolom B en in kolom C nieuwe waarden te staan. In kolom C wordt telkens het gemiddelde berekend over de 4 jaar die aan dat jaar vooraf gingen. De waarden uit kolom B en C staan ook in de grafiek afgebeeld.

De 4-jaarsgemiddelden zijn ook normaal verdeeld. Door op F9 te drukken wordt er een nieuwe simulatie uitgevoerd. Wanneer je dit een aantal keren doet, kun je in de grafiek zien dat de 4-jaarsgemiddelden een veel kleinere spreiding hebben dan de omzetcijfers van de afzonderlijke jaren. Dit is in overeenstemming met de theorie.

Anna beweert dat de theoretische standaardafwijking van de 4-jaarsgemiddelden gelijk is aan $\frac{1}{4}s$. Sofie beweert dat deze standaardafwijking gelijk is aan $\frac{1}{2}s$.

3p 17 Heeft Anna of Sofie gelijk? Licht je antwoord toe.

Men gaat er vaak van uit dat de jaaromzet een lineaire trend vertoont met toevallige schommelingen ten opzichte van de trendlijn. We willen onderzoeken of het voortschrijdend gemiddelde ook in deze situatie gebruikt kan worden om de jaaromzet van het volgende jaar te voorspellen. Daartoe gebruiken we eerst een model dat de jaaromzet lineair laat toenemen zonder toevallige schommelingen.

 Open het werkblad *PROGNOSE.XLS* Vraag 18,19.

Voor de jaaromzet $J(t)$ in jaar t geldt nu $J(t) = a \cdot t + b$. Zie kolom B. De waarden van a en b staan in de cellen G2 en G3. Je kunt deze zelf wijzigen.

In kolom C staat de voorspelling $V(t)$. Dit is de gemiddelde jaaromzet van de afgelopen 4 jaar.

De waarden uit kolom B en C staan ook in de grafiek. Je ziet dat de voorspellingen er steeds wat onder zitten. Wat ook opvalt, is dat het verschil elk jaar gelijk is. Wanneer we weten waar dit verschil van afhangt kunnen we de werkelijke jaaromzet beter voorspellen. Het constante verschil blijkt af te hangen van de gekozen waarde van a en niet van b .


4p 18 Neem onderstaande tabel over en vul deze verder in met behulp van het werkblad *PROGNOSE.XLS* Vraag 18,19. Neem hierbij telkens $b = 500$.

a	60	40	20	0
$J(t) - V(t)$				

Let op: de laatste vraag van dit deel van het examen staat op de volgende pagina.

Om de voorspelling $V(5)$ te berekenen staat in cel C6 de Excel-formule $=\text{SOM}(B2:B5)/4$. In de cellen daaronder staan overeenkomstige formules. Aan de waarden die je in de tabel bij vraag 18 hebt ingevuld, kun je zien hoe het verschil tussen $J(t)$ en $V(t)$ afhangt van a . De bedoeling is dat je met behulp daarvan een verbeterde versie van de formules uit kolom C in kolom D zet. Deze verbeterde voorspelling noemen we $W(t)$. Deze voorspelling moet dus overeenstemmen met de jaaromzet volgens het model. Bedenk wel dat men in de praktijk nog niet beschikt over toekomstige omzetcijfers. In je formule voor een bepaald jaar mag je dan ook alleen gebruik maken van de omzetcijfers van de daaraan voorafgaande jaren.

- 5p 19 Beschrijf nauwkeurig welke formules je in kolom D moet zetten zodat $W(t)$ gelijk is aan $J(t)$. Licht je werkwijze toe.

 *Sluit Excel af zonder wijzigingen op te slaan.*

Dit was de laatste vraag van het deel waarbij de computer wordt gebruikt.